

中国科学技术大学
University of Science and Technology of China

本 科 毕 业 论 文

题 目 基于光折变效应和机器学习
的波前调制方法

英 文 Wavefront modulation based on
题 目 photorefractive effect and machine learning

院 系 光电信息科学与工程系

姓 名 梁宇轩 学 号 PB18020646

导 师 熊志伟 教授 许小冶 副教授

日 期 2022 年 5 月 25 日

摘要

随着自适应光学的发展,光波前调控技术在诸多领域得到广泛应用。目前成熟的光波前调制手段主要有相位板和可编程空间光调制器两种,前者加工工艺复杂且器件不可擦写或编程,后者解决了可编程问题但成本高昂。本文提出一种新的思路,即利用光折变效应实现可编程光波前调制。光折变效应是光学晶体的折射率随写入光光强分布变化的一种非线性光学现象,建立写入光光强分布与晶体折射率分布的映射关系,当需要特定折射率分布时,可利用对应的写入光对晶体进行写入,从而实现可编程的波前调制。由于晶体折射率的改变与写入光强度分布之间并不存在解析的对应关系,本文采用深度卷积神经网络,通过机器学习方法建立该对应关系。为降低网络学习难度,在实验中采用不同参数的高斯光对晶体进行小面积写入,建立折射率分布与高斯光参数之间的映射。当进行波前调制时,可使用不同参数的高斯光对晶体进行小面积,逐区域地写入,将各个写入区域的折射率分布组合起来近似目标折射率分布。本文实验采集了 12 组不同高斯光参数的晶体折射率分布图像,每组参数中 100 张图像用于训练,20 张图像用于测试,网络模型采用基于 ResNet18 的回归模型。实验结果表明,高斯光参数的平均测试相对误差为 0.90%,证明了本文提出方法的可行性。论文最后采用高斯光参数留一法进行交叉验证,对网络模型的泛化能力进行了分析。

关键词: 波前调控, 光折变效应, 机器学习, 深度卷积神经网络

ABSTRACT

With the development of adaptive optics, the wavefront modulation technology has been widely applied in many fields. At present, there are two mature optical wavefront modulation methods: phase plate and programmable spatial light modulator. The former has complex processing technology, and the device can not be erased or programmed. The latter solves the programmability problem, but costs highly. A new idea is proposed in this paper, which is to realize programmable wavefront modulation based on photorefractive effect. Photorefractive effect is a nonlinear optical phenomenon that the refractive index of optical crystals changes with the intensity of writing beam. By establishing the mapping relationship between the light intensity distribution and the refractive index distribution, when a certain refractive index profile is needed, the corresponding writing light will be irradiated on the crystal, realizing the programmable wavefront modulation. Since there is no analytical corresponding relationship between the change of crystal refractive index and the distribution of writing light intensity, we adapt deep neural network to achieve our goal. To reduce the difficulty of network learning, in our experiment, a Gaussian beam is used to irradiate the crystal in a small area, and the mapping between refractive index distribution and Gaussian parameters is established. When performing wavefront modulation, Gaussian beams with different parameters are irradiated on the crystal in a small area region by region, and the refractive index distribution of each writing region can be combined to approximate the target refractive index distribution. In this paper, 12 groups of crystal refractive index distribution images with different Gaussian light parameters are collected. In each group, 100 images are used for training and 20 images are used for testing. The network model adopts the regression model based on resnet18. The experimental results show that the average test relative error of Gaussian light parameters is 0.90%, which proves the feasibility of the method proposed in this paper. Finally, the paper uses the leaving one out method for cross validation to analyze the generalization ability of the network model.

Key Words: Wavefront modulation; photorefractive effect; machine learning; deep convolutional neural network

目 录

第一章 光折变效应	3
第一节 光折变效应的研究历史	3
第二节 光折变效应的原理	3
第三节 光折变物理模型-带运输模型	4
第二章 机器学习与神经网络简介	6
第一节 神经网络的发展历程	6
第二节 深度神经网络结构简介	6
一、神经元	6
二、全连接网络	7
三、卷积神经网络	9
四、选择神经网络算法的原因	10
第三章 实验方案设计	11
第一节 方案一	11
第二节 方案二	12
第四章 实验结果及分析	13
第一节 数据采集	13
一、晶体参数	13
二、写入光参数的确定	13
三、晶体折射率分布的读出	13
四、折射率分布的擦除	15
第二节 神经网络模型训练	17
一、网络模型	17
二、训练数据获取	18
第三节 网络参数选取	18
第四节 训练结果及分析	19
一、网络模型估计性能	19
二、网络的泛化能力	20

第五章 总结与展望	22
参考文献	24
致谢	26

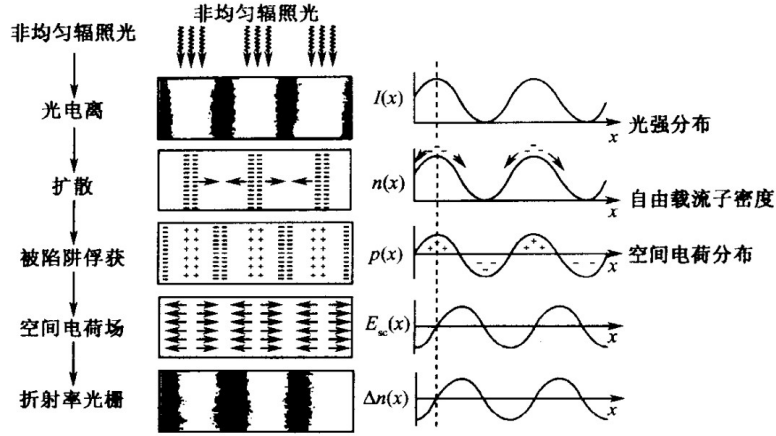
第一章 光折变效应

第一节 光折变效应的研究历史

光折变效应是光致折射率变化效应的简称，是电光材料在非均匀光辐照下，折射率分布发生相应变化的一种非线性光学现象。这一现象于 1965 年由贝尔实验室的 Ashkin 等人首次发现。他们在用 LiNbO_3 晶体和 LiTiO_3 晶体进行倍频实验时发现，光辐照区的晶体折射率发生了变化，导致倍频需要的相位匹配条件被破坏，倍频效率下降。当时这一研究人员不希望看到的现象被称为“光损伤”^[1]。后来人们意识到，利用这种可以保存很长时间的“光损伤”，可以有效地存储光信息。1968 年，Chen 等人率先深入研究了这一现象的物理机制，提出光激发载流子漂移模型，对这一现象进行了定性描述^[2]。1979 年，KuKhtarev 等人又提出了带运输模型，尝试对这一现象进行定量描述^[3]。由于这种“光损伤”导致的折射率变化是可逆的，可通过加热或均匀辐照等办法完全擦除，为区别于不可逆的光损伤，后来研究人员将其称为“光折变效应”。此后，人们对于光折变材料的研究从最初的无机光折变材料，发展为有机聚合物光折变材料，再发展到如今的有机-无机复合光折变材料，材料的性能和稳定性不断提升^[4-5]。目前，光折变材料广泛应用于制造全息显示器^[6]、全息存储器、窄带滤波器、光像放大器等非线性器件，其应用前景十分广泛。

第二节 光折变效应的原理

光折变效应物理过程如图 1.1^[7]所示。电光晶体中存在缺陷、空位和杂质，在受到不均匀辐照时，光激发电子进入邻近的能带，形成光生载流子（电子或空穴）。这些载流子或因浓度扩散，或在外加电场或光生伏打效应下发生迁移，随后被陷阱俘获。如此反复产生、迁移、俘获，最终在暗区被深能级陷阱俘获并达到稳定。由此一来，空间电荷在晶体中形成了新的分布，并通过电光效应形成了对应的折射率分布，该分布与照射晶体的光强分布是对应的。光折变过程中载流子的迁移主要有三种机制：浓度梯度作用下的扩散、外加电场和晶体内电场作用下的漂移以及不同偏振光在不同方向上引起的光生伏打效应。光折变效应具有饱和非线性、空间非局域性、非瞬时效应、可逆过程、对短波长光灵敏度高特性。

图 1.1 光折变物理过程示意图^[7]

第三节 光折变物理模型-带运输模型

光折变晶体的折射率是在新的空间电荷场下，通过电光效应决定的。当我们想要知道晶体的折射率分布时，首先应确定晶体内的空间电荷场分布。带运输模型能够粗略地描述入射光场分布诱导晶体内空间电场分布的物理过程，下面将作简要介绍。

假设晶体内的施主数密度为 N_D ，已经被电离的施主数密度为 N_D^+ ，那么可被电离的施主数密度为 $(N_D - N_D^+)$ 。若晶体被光照射的面积为 s ，入射光功率密度为 I ，那么单位时间内由光激发产生的电子数密度可线性近似为 $sI(N_D - N_D^+)$ 。除光激发之外，电子还存在热激发现象。同样地，热激发速率可线性近似为 $\beta(N_D - N_D^+)$ ， β 表示热激发速率。电子在不断被激发的同时，也在不断地与空穴重新结合。假设重新结合速率与电子数密度 $n(\vec{r})$ 和空穴密度 N_D^+ 成正比，比例系数为 γ_R ，则单位时间内减少的自由电子数为 $\gamma_R N_D^+ n(\vec{r})$ 。再考虑到导带中自由电子的移动，即电流密度 J 的影响，自由电子数密度随时间的变化最终可表示为

$$\frac{\partial n(\vec{r})}{\partial t} = (sI + \beta)(N_D - N_D^+) - \gamma_R N_D^+ n(\vec{r}) + \frac{1}{q} \nabla \cdot J. \quad (1.1)$$

被电离的施主数应与导带中的自由电子数相等，但施主原子无法移动，不存在漂移项，所以被电离的施主数密度变化率为

$$\frac{\partial N_D^+}{\partial t} = (sI + \beta)(N_D - N_D^+) - \gamma_R N_D^+ n(\vec{r}). \quad (1.2)$$

运输过程中的电流密度 J 可表示为

$$J = q\mu n E + k_B T \mu \nabla n + J_{pv}, \quad (1.3)$$

其中第一项为外加电场和晶体内电场驱动下载流子的移动，第二项为浓度梯度引起的扩散，第三项为铁电材料中的光生伏打效应。此外，晶体中的电荷场应满足泊松方程：

$$\nabla(\varepsilon E) = q(N_D^+ - N_A - n), \quad (1.4)$$

其中 N_A 为受主数密度，表示暗区域没有电子激发时的吸收能力，为常数，由介质本身的性质决定。综上，带运输模型中包含以下方程：

$$\frac{\partial N_D^+}{\partial t} = (sI + \beta)(N_D - N_D^+) - \gamma_R N_D^+ n(\vec{r}), \quad (1.5)$$

$$\frac{\partial n(\vec{r})}{\partial t} = (sI + \beta)(N_D - N_D^+) - \gamma_R N_D^+ n(\vec{r}) + \frac{1}{q} \nabla \cdot \mathbf{J}, \quad (1.6)$$

$$\mathbf{J} = q\mu n \mathbf{E} + k_B T \mu \nabla n + \mathbf{J}_{pv}, \quad (1.7)$$

$$\nabla(\varepsilon E) = q(N_D^+ - N_A - n), \quad (1.8)$$

分别为速率方程、连续性方程、电流方程和泊松方程。带运输模型对实际的物理场景做了一些简化，其假定所有的施主杂质占据同一个深能级，并对光激发和热激发的速率做了线性近似。即便如此，方程组中仍有许多微观物理量，如施主数密度、受主数密度、铁电材料中的光生伏打系数等，在实验中很难测量，因此难以通过带运输模型对物理结果进行计算。目前，带运输模型仅在一维稳态下存在精确解，难以解决二维情况下折射率分布与照射光强分布之间的对应问题，这也是本文引入机器学习手段的主要原因。

第二章 机器学习与神经网络简介

第一节 神经网络的发展历程

神经网络作为机器学习领域的重要算法，因其在模式识别、图像处理、计算机视觉等领域表现出的强大能力而在各个领域得到日益广泛的应用。1943年，心理学家 Warren McCulloch 提出了人工神经网络的概念以及人工神经元的数学模型，拉开了神经网络研究的序幕^[8]。1958年，计算机学家 Rosenblatt 提出了由两层神经元组成的第一代单层神经网络并取名为“感知器”（Perceptron），该网络能够识别一些简单的图形，如圆和三角^[9]。1986年，Rumelhart 等人提出了反向传播算法，即 BP 算法，解决了困扰全世界数十年的两层神经网络计算量过大的问题，大幅提升了神经网络的运算能力，神经网络开始被使用于语音识别、图像处理等领域^[10]。2006年，Hinton 提出了“深度置信网络”（Deep Belief Networks）的概念，开启了深度学习的时代^[11]。与原来的神经网络相比，深度学习强调网络结构的深度，通过卷积网络实现特征的逐层变换，将原有样本的特征空间变换到更容易区分和识别的新的样本空间中，从而降低分类或预测的难度。同时强调通过大数据进行学习，更能体现数据集的内在信息。此后，人们不断优化网络的结构，并设计出层数更多的深层网络^[12-15]，而 GPU、FPGA 等高性能计算器件的发展更是大大缩短了深层网络的训练时间。目前，深度神经网络在图像识别、语音识别和图像处理等方面的能力已经远超过其他方法，深度学习已成为人工智能的主要发展方向之一^[16]。

第二节 深度神经网络结构简介

一、神经元

典型人工神经元的结构如图2.1所示，它是人工神经网络处理数据的基本单元。人工神经元的结构是模仿人脑神经元的结构建立的，多个输入信号类似树突，一个输出信号类似轴突，中间的权重层和激活函数类似神经细胞。神经元处理信号的数学表达式如下：

$$y_j = f(\sum_n^{i=1} w_{ij}x_i + b_j), \quad (2.1)$$

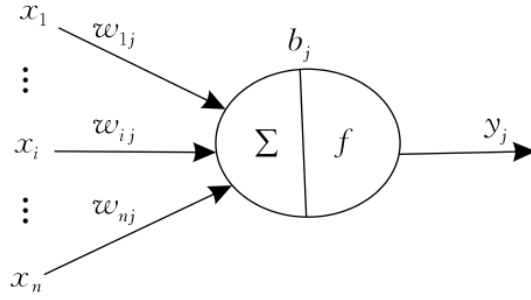


图 2.1 人工神经元结构示意图

神经网络的训练算法实质上就是调整各个输入的权重 w_{ij} ，使得输出 y_j 更加接近真值。 f 为非线性激励函数，用于加强网络拟合非线性函数的能力。常用的激活函数有：

(1) 阶跃函数：

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ 1, & x \geq 0. \end{cases} \quad (2.2)$$

(2) 线性整流函数 (Rectified Linear Unit, ReLU) :

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ x, & x \geq 0. \end{cases} \quad (2.3)$$

(3) Sigmoid 函数：

$$f(x) = 1/(1 + e^{-x}). \quad (2.4)$$

阶跃函数只有零点处存在非线性，而 Sigmoid 函数存在 x 绝对值很大时梯度消失的问题，因此目前 ReLU 函数应用较多。此外，其他的激励函数还有 tanh 函数、径向基函数等。

二、全连接网络

全连接网络的结构如图2.2所示，该网络由输入层、隐藏层和输出层组成，相邻层的所有神经元相互连接，故称为全连接网络。下面简要介绍全连接网络的工作原理。

1. 正向传播

正向传播，即网络由输入得到输出的过程，可表达如下：

$$\mathbf{Y} = f(\mathbf{W} \cdot \mathbf{X} + \mathbf{b}). \quad (2.5)$$

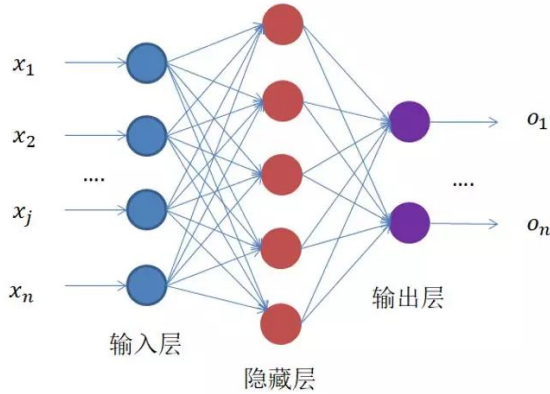


图 2.2 全连接网络结构示意图

2. 损失函数

正向传播得到输出后，需要评估输出结果和真实值的接近程度，损失函数就是人为选出的衡量预测值与真值差距的函数。对于回归问题，优化的目标是使输出和真值尽可能一致，此时均方误差函数 (Mean square error, MSE) 是最常用的损失函数，即

$$L_{MSE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2, \quad (2.6)$$

其中 y_i 和 \hat{y}_i 分别表示网络的输出值与实际值。对于分类问题，优化的目标是输出的样本类型与实际数据的类型一致，此时常用交叉熵函数 (cross entropy) 作为损失函数^[17]。

3. 优化算法

明确了损失函数后，需要通过优化算法来使网络的输出结果最精确。梯度下降法是最常用的优化算法，其基本思路是求出损失函数的梯度，利用梯度对 (\mathbf{W}, \mathbf{b}) 进行迭代更新，当迭代变化的距离小于某个阈值时停止迭代，这个点就是要找的最优解。梯度下降法的数学表达如下：

$$\mathbf{W} = \mathbf{W} - \alpha \nabla L, \quad (2.7)$$

$$\mathbf{b} = \mathbf{b} - \alpha \nabla L, \quad (2.8)$$

其中 α 为学习率，用于控制迭代时的步长，可以通过经验调整来寻求最优的学习结果。梯度下降法得到的最优解与初始解有关且容易陷入局部极值点，因此人们又设计出多种改进算法：

(1) 随机梯度下降法 (Stochastic Gradient Descent, SGD)

$$\mathbf{W} = \mathbf{W} - \alpha \nabla L(x_i, y_i), \quad (2.9)$$

即每次迭代只随机取出一组样本计算梯度反向传播,优点是计算量小,可以进行高频迭代,缺点是随机性大,收敛不稳定。

(2) 带冲量 (momentum) 的梯度下降法

$$V(t) = \gamma V(t-1) + \alpha \nabla L, \quad (2.10)$$

$$W = W - V(t), \quad (2.11)$$

该算法考虑了前几次迭代结果的影响,能够加速迭代,提升收敛的速度和稳定性。

(3) Adam(Adaptive Moment Estimation) 算法

Adam 算法的思想是每个参数具有独立的冲量及学习率,且随迭代次数变化。因此每个参数在训练中具有其独立性,训练效果更好^[18]。其数学表达如下:

$$V(t) = \rho_1 V(t-1) + (1 - \rho_1) \nabla L, \quad (2.12)$$

$$g_t = \rho_2 g_{t-1} + (1 - \rho_2) \nabla L, \quad (2.13)$$

$$\hat{V}(t) = \frac{V(t)}{1 - \rho_1}, \quad (2.14)$$

$$\hat{g}_t = \frac{g_t}{1 - \rho_2}, \quad (2.15)$$

$$W_t = W_{t-1} - \frac{\alpha}{\sqrt{\hat{g}_t - \delta}} \nabla L. \quad (2.16)$$

三、卷积神经网络

当神经网络的输入为图像时,如果直接使用全连接网络,输入的参数过多会导致训练困难,且训练结果存在严重的过拟合现象。卷积神经网络 (Convolutional Neural Networks, CNN) 的作用是提取输入图像的特征,降低样本空间的维度,从而降低全连接网络的学习难度。下面简要介绍卷积神经网络中常用的模块。

1. 卷积层

卷积层通过输入的图像与卷积核作卷积运算得到图片的局部特征。卷积核通常为 3×3 或 5×5 的数值矩阵,用卷积核扫过图像的各个小区域,即可得到每个小区域内的特征值。图2.3是图像与卷积核作卷积的示例。

2. 池化层

如果卷积核较小,即使做完卷积操作后,数据量依然较大,因此在卷积层之后通常会有池化层对图像进行下采样来降低数据的维度。具体操作是将原图像中一块区域(通常为 2×2) 内的数据用一个数值替代,替代数值的选取方式主要有平均池化 (average pooling) 和最大值池化 (max pooling) 两种,如图2.4所示。

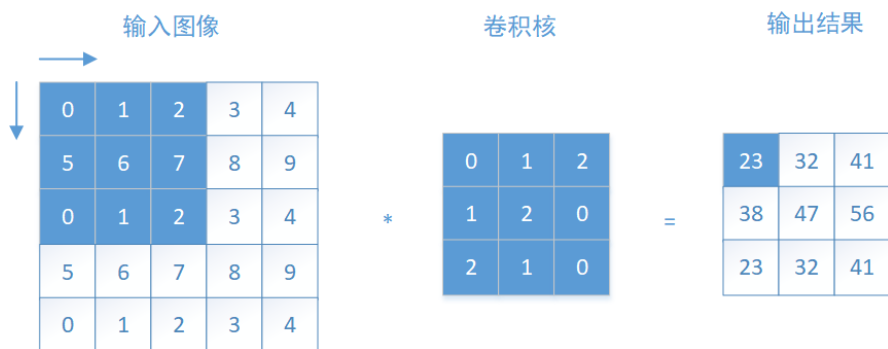


图 2.3 卷积过程示例图

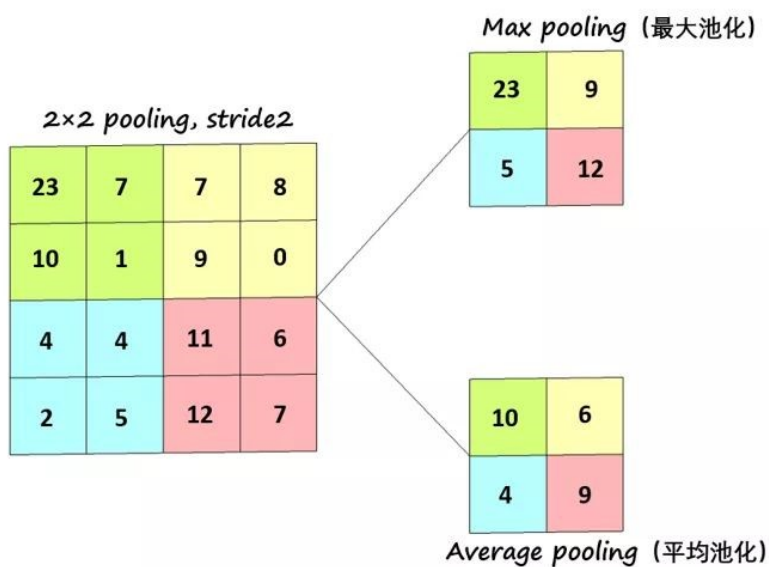


图 2.4 池化过程示例图

3. 全连接层

经过多个卷积层和池化层的处理后，原来很大的图像矩阵被转化为很小的特征矩阵。此时将矩阵拉平为向量输入全连接网络中，即可对特征向量进行分类或回归。

四、选择神经网络算法的原因

由第一章讨论可知，目前没有有效的物理模型能够计算出光折变晶体中折射率变化与入射光光强分布的关系，而神经网络算法通过基于数据驱动的方法建立映射关系，不需要给出明确的物理公式。本文的目标是给出任意的折射率分布，通过神经网络能够得到相应的入射光强分布，这实际上相当于回归问题，而这正是神经网络的强项所在。

第三章 实验方案设计

深度神经网络的训练首先需要收集足够多的输入和输出对应的数据。本文实验中，首先需要用不同光强分布的入射光照射晶体，并通过干涉方法得到照射后晶体的折射率分布，然后用晶体的折射率分布作为输入，入射光的光强作为输出训练网络。本文共设计了两套实验方案，综合考虑时间成本和实验器材等因素，最终实施了第二套方案并得到了较理想的结果。

第一节 方案一

最初的实验方案中，我们希望直接得到入射光强分布与晶体折射率分布的关系，并为此设计了如图3.1所示光路：

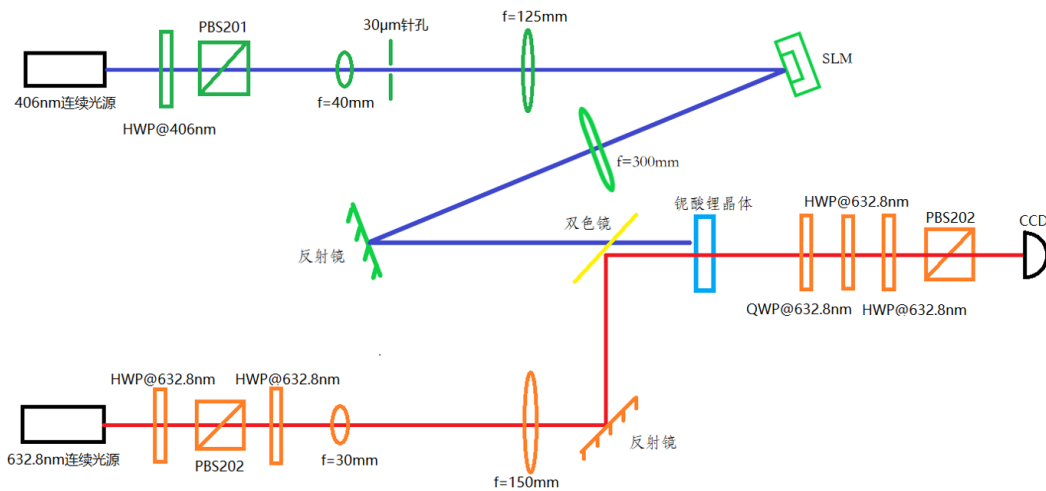


图 3.1 方案一光路图

光路分为写入和读出两部分。写入光采用 406 nm 的连续紫光，光强约为十几个毫瓦，半波片和偏振分束器 (PBS) 用于调节功率。紫光经扩束后打到空间光调制器上，再经过一透镜后在焦平面上显现调制后的光强分布。将光折变晶体置于透镜焦平面上，即可用该光强分布对晶体进行写入。读出部分采用 633 nm 的连续红光，经扩束后照在晶体上，在晶体前后加上半波片和 PBS 等器件，利用四步相移法测出读出晶体的折射率分布。四步相移法在后续章节会详细介绍。

由于该方案中使用了空间光调制器，入射光强的分布可以任意设计，理论上能够最大程度地建立入射光强分布与晶体折射率分布的关系，但是实际操作中存在如下问题：

(1) 样本空间过大。空间光调制器可以在 0 到 2π 区间上进行精度 $1/30$ 的调制，而空间光调制器有效调制区域的大小为 600×720 像素，即使将多个像素合并调制，如将其重新划分为 10×10 的像素点阵，样本空间的大小仍有 $30^{10 \times 10}$ 。实现这样大小的两个样本空间的映射需要大量的数据，这个量级远远超过了手动实验采集能力。

(2) 实验室现有的空间光调制器是针对 $600\text{-}800\text{ nm}$ 的光进行调制的，在对 406nm 波段的光调制时效率很低，得到的光强没有达到晶体的写入阈值。

基于以上原因，本文对实验方案一进行了简化与改进，提出了实验方案二。

第二节 方案二

为降低样本空间，本文将写入光固定为高斯光，将写入区域从整个晶体表面改为晶体表面的一小块区域。这样，需要回归的参数就从整块晶体上的光强分布变为了高斯光束的光参，从而大大降低了样本空间的维度。在实际应用中，可以通过对晶体进行小面积的逐区域写入，将各个区域的折射率分布拼起来，来近似需要的整体折射率分布，达到类似“逐像素调制”的效果。根据该方案，本文设计了如下光路：

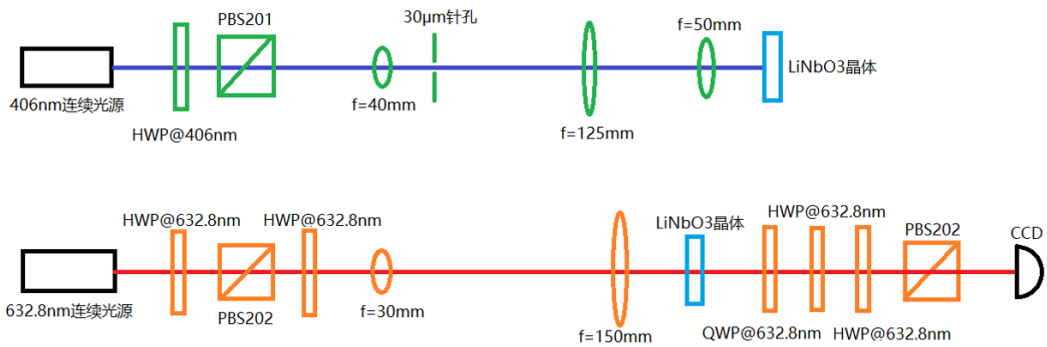


图 3.2 方案二光路图

光路图整体与方案一类似，仍分为写入部分与读出部分，由于写入光为高斯光，所以不需要空间光调制器，用透镜即可改变高斯光的参数。同时为简化操作，将写入光路和读出光路分开，实验中可通过挪动晶体来完成写入或读出。

第四章 实验结果及分析

第一节 数据采集

一、晶体参数

掺铁铌酸锂晶体 ($\text{Fe} : \text{LiNbO}_3$) 与其他光折变晶体相比, 具有加工工艺成熟、价格低、光折变效应明显等优点, 故本文实验中采用 $\text{Fe} : \text{LiNbO}_3$ 晶体, 掺杂浓度为 0.07%, 晶体尺寸为 $10 \times 10 \times 3 \text{ mm}$ 。

二、写入光参数的确定

高斯光的主要光参为峰值和半高宽, 由于实验室的电荷耦合元件 (CCD) 功率阈值较小, 不能利用 CCD 测量, 因此可以把参数选为光功率和光斑半径。光功率可以直接由功率计测得。实验中通过调整透镜和晶体的距离来调整光斑大小, 光斑半径和透镜与晶体的距离一一对应, 因此可以直接用透镜与晶体的距离作为参数。经过预实验发现在选择的参数范围内, 照射 20 分钟后, 各组参数下折射率分布改变深度均超过 π , 因此固定写入光照射时间为 20 分钟。

给定写入光的功率和晶体到透镜的距离, 本文首先利用 CCD 获取干涉图像, 然后通过四步相移法和解包裹算法计算出晶体折射率分布, 最后利用神经网络回归估计写入光参数。

三、晶体折射率分布的读出

1. 四步相移法

读出光经过半波片后调整为 45° 偏振, 入射晶体时分解为寻常光 (o 光) 和非寻常光 (e 光)。o 光在晶体中的折射率几乎不变, 而 e 光的折射率受光折变效应的影响。入射光经过晶体后, 利用半波片和 PBS 的组合可使 o 光和 e 光发生干涉。设 o 光的光场为

$$U_o(x, y) = A_o(x, y)e^{i\phi_o}, \quad (4.1)$$

e 光的光场为

$$U_e(x, y) = A_e(x, y)e^{i\phi_e(x, y)}, \quad (4.2)$$

则干涉光强分布为

$$I(x, y, \phi_o) = A_o^2 + A_e^2 + 2A_oA_e\cos(\phi_o - \phi_e), \quad (4.3)$$

通过半波片或四分之一波片，取 ϕ_o 分别为 $0, \pi/2, \pi, 3/2\pi$ ，可得

$$\phi_e(x, y) = \frac{\phi_{3/2\pi} - \phi_{\pi/2}}{\phi_\pi - \phi_0} + \phi_o, \quad (4.4)$$

o 光与 e 光的相位差即为光折变效应导致的晶体折射率变化。

2. 相位解包裹算法

通过四步相移方法恢复得到的相位图，相位取值只能在 $[-\pi, \pi]$ 之间，导致初步得到的相位图在一些区域会存在相位突变，然而真实的相位分布应当是连续的，这就使得相位分布特点不够直观，对神经网络的学习也造成了一定的干扰。因此需要对相位图做进一步处理，即相位解包裹。目前常用的解包裹算法主要分为路径相关与路径无关两类，由于路径相关的解包裹算法鲁棒性和抗噪声能力差，容易出现“拉线”效应和未解包裹区域。路径相关法是以包裹相位的解包裹值相位值梯度与真实相位梯度之差最小为目标，利用最小二乘法拟合在全局搜索的一种优化算法。本文采用路径相关的基于离散余弦变换的相位解包裹算法 (DCT)^[19]。DCT 算法的具体过程如下。

假设相位图像中空间位置 i, j 处的真实相位为 ϕ_{ij} ，通过四步相移恢复得到的主值相位为 φ_{ij} ，于是有

$$\varphi_{ij} = \phi_{ij} + n(i, j) + 2\pi k(i, j), \quad (4.5)$$

其中 $n(i, j)$ 表示测量中的噪声， k 为整数，DCT 算法目标就是求得合适的 $k(i, j)$ ，并去除噪声，解包裹得到接近真实的连续的相位分布 φ_{ij} 。

定义包裹相位差为

$$\Delta_{ij}^x = \varphi_{(i+1)j} - \varphi_{ij}, \quad (4.6)$$

$$\Delta_{ij}^y = \varphi_{i(j+1)} - \varphi_{ij}. \quad (4.7)$$

最优的 $k(i, j)$ 可通过求解以下最小二乘问题得到：

$$S = \sum_{i=0}^{M-2} \sum_{j=0}^{N-1} \left(\phi_{(i+1)j} - \phi_{ij} - \Delta_{ij}^x \right)^2 + \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-2} \left(\phi_{i(j+1)} - \phi_{ij} - \Delta_{ij}^y \right)^2, \quad (4.8)$$

其中 $M \times N$ 为相位图像的尺寸。Hunt 等人给出了这一最小二乘问题的法方程^[20]，即：

$$\phi_{(i+1)j} + \phi_{(i-1)j} + \phi_{i(j+1)} + \phi_{i(j-1)} - 4\phi_{ij} = \Delta_{ij}^x - \Delta_{(i-1)j}^x + \Delta_{ij}^y - \Delta_{i(j-1)}^y. \quad (4.9)$$

定义 $\rho_{ij} = \Delta_{ij}^x - \Delta_{(i-1)j}^x + \Delta_{ij}^y - \Delta_{i(j-1)}^y$ ，公式4.9可改写为

$$\frac{\Delta^2}{\Delta x^2} \phi(x, y) = \rho(x, y), \quad (4.10)$$

方程4.10为泊松方程，可通过离散余弦变换求解：

$$\hat{\phi}_{ij} = \frac{\hat{\rho}_{ij}}{2[\cos(\pi i/M) + \cos(\pi j/N) - 2]}, \quad (4.11)$$

其中 $\hat{\phi}_{ij}$ 和 $\hat{\rho}_{ij}$ 分别为 ϕ_{ij} 和 ρ_{ij} 的离散余弦变换。

DCT 算法流程总结如下：

- (1) 通过四步相移得到的主相位值图计算 ρ_{ij} ；
- (2) 通过离散余弦正变换计算得到 $\hat{\rho}_{ij}$ ；
- (3) 求解离散泊松方程得到 $\hat{\phi}_{ij}$ ；
- (4) 通过离散余弦负变换计算得到 ϕ_{ij} 。

为了验证该算法的有效性，本文模拟了一个二次相位曲面，对其进行包裹和解包裹操作，结果如图4.1所示，包裹相位图被成功恢复为连续变化的相位图，表明 DCT 算法是有效的。

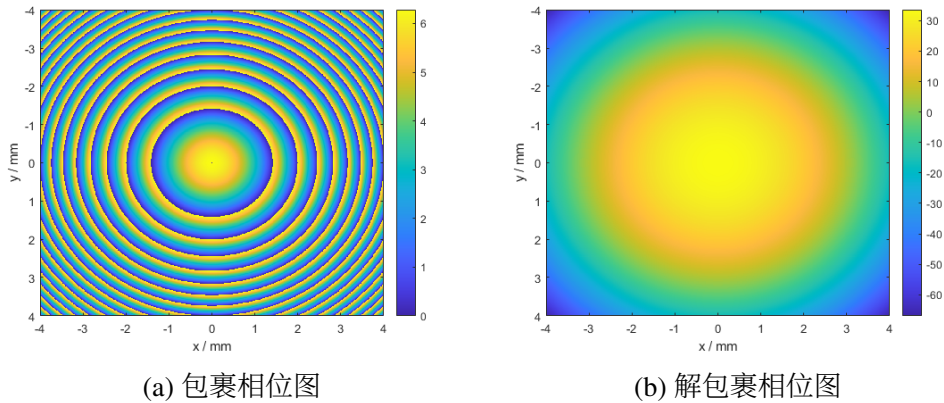


图 4.1 DCT 解包裹算法验证

图4.2为四步相移法及解包裹求晶体折射率分布的一个示例。用 3 mw 的 406 nm 的高斯光照射晶体 20 分钟，然后在 633 nm 的光下读出。图 (a)、(b)、(c)、(d) 分别为给 o 光依次增加 0 , $\pi/2$, π , $3\pi/2$ 相位后 CCD 拍摄到的干涉图像，图 (e) 为四步相移法求出的结果，图 (f) 为解包裹后的折射率分布图，该图像将作为神经网络网络的输入图像。

四、折射率分布的擦除

测得晶体的折射率分布后，需要对晶体的折射率进行擦除，以防对下一次写入产生影响。擦除的方式主要有热擦除和均匀光照明两种。本文实验中使用 49 mW 的均匀光进行擦除。在预实验中发现，光功率密度对擦除效果的影响很大。当固定透镜与晶体距离为 80 mm 时，用 2 mw 的写入光照射后，擦除需要 30 分

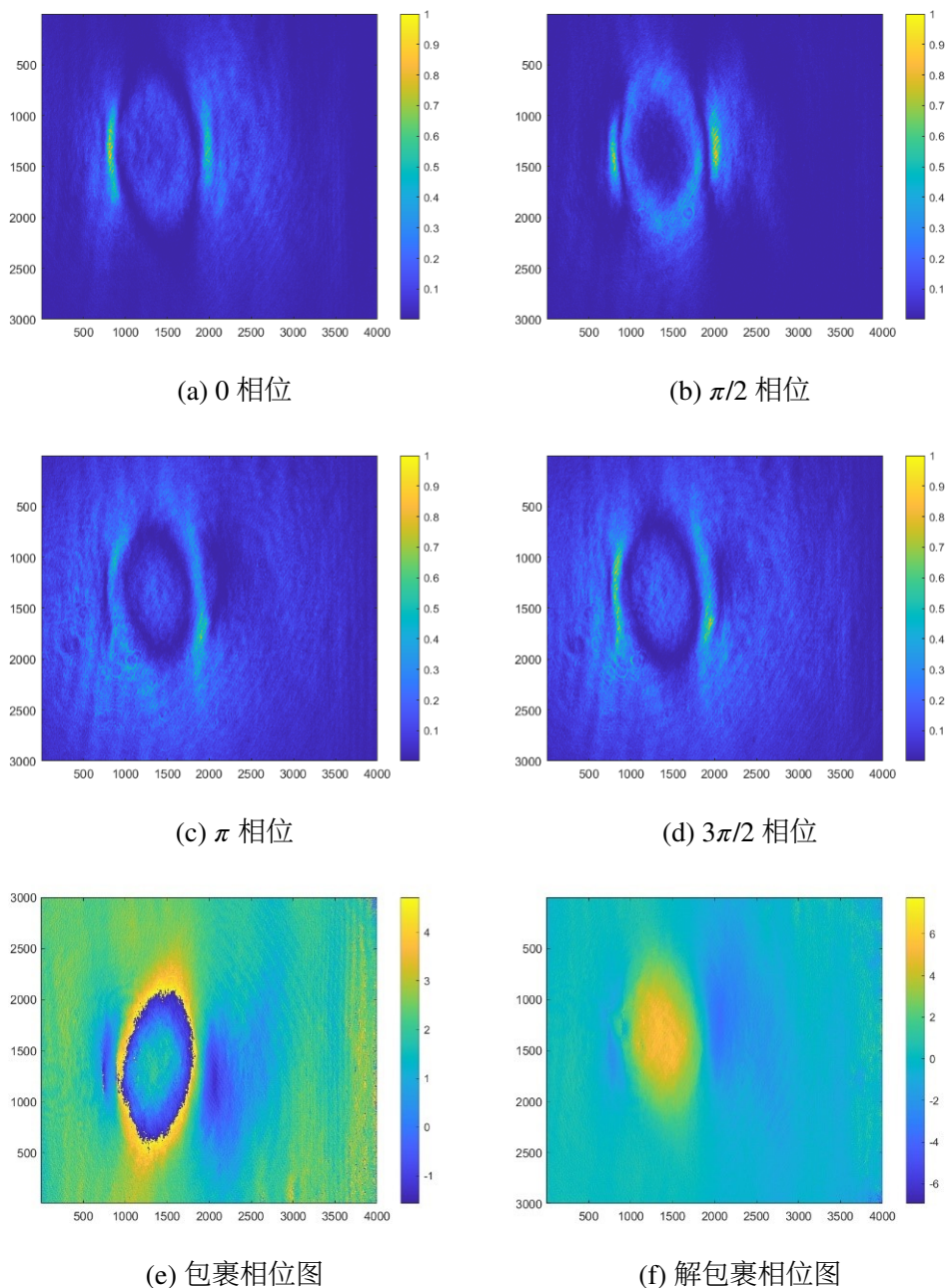


图 4.2 单次四步相移法及解包裹图像

钟；而用 3 mw 的光照射后，擦除需要将近两个小时。因此，每次擦除后都需要对晶体折射率进行测量，以确保写入的折射率分布已被擦除。此外，由于折射率分布很难完全均匀的擦除，每次写入前需要测试折射率分布作为本底；写入后需要将本底从测得的折射率分布中减去，得到的结果才是折射率分布的改变量。

第二节 神经网络模型训练

一、网络模型

残差神经网络（ResNet）是由何恺明团队在 2015 年提出的，与之前的卷积神经网络相比，其最大的特点是发现了深度网络“退化现象 (degradation)”，并针对性的提出了“快捷连接 (shortcut connection)”的方案，从而解决了深度过大的网络学习困难的问题^[15]。

在神经网络的早期研究中，人们普遍认为网络越深，学习效果越好。然而随着网络层数不断增加，人们发现网络的准确度出现饱和甚至下降的现象，即“退化现象”。何恺明团队将“退化现象”出现的原因归结为深度网络难以实现恒等变化：随着网络深度不断增加，网络引入越来越多的激活函数，原始数据被映射到越来越离散的空间中，此时再想将数据映射回原点就需要巨大的计算量。ResNet 通过引入“残差块”成功解决了“退化现象”，其结构如图4.3所示。

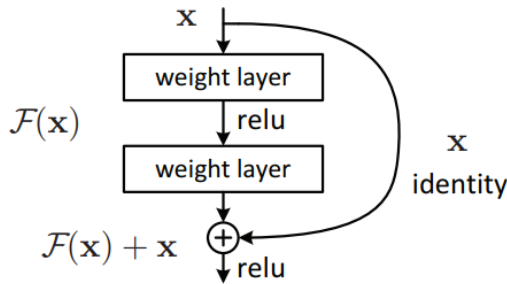


图 4.3 残差模块结构示意图^[15]

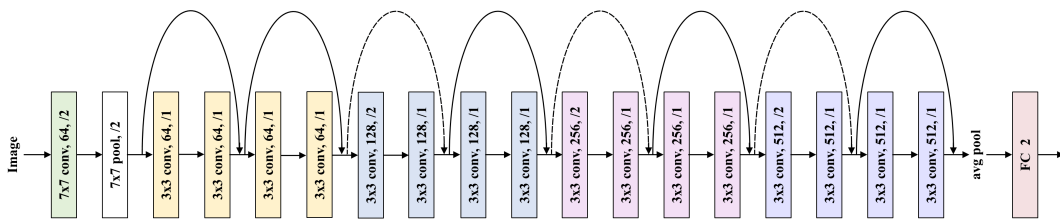


图 4.4 基于 ResNet18 的回归网络结构示意图

残差块的原理与电路中的短路操作类似，即在原有的几层卷积网络之间增加一个 1×1 的卷积层，即所谓的“直接映射层”。这样网络的输出就从 $F(x)$ 变为 $F(x) + x$ 。当网络需要学习恒等变换时，只需要将 $F(x)$ 中所有参数全部置零即可，从而大大降低了网络学习恒等变换的难度。由于需要回归的参数只有两个（写入光功率和晶体到透镜的距离），本文使用了基于层数较少的 ResNet18 结构修改的回归网络模型，其结构如图4.4所示，由一个卷积层、一个池化层、八个残

差模块、一个全局平均池化层和一个线性全连接层构成，网络的输出为写入光功率和晶体到透镜距离的估计。

二、训练数据获取

写入实验中，如果写入光功率太小，会导致写入深度不够，而功率过大会导致擦除困难。本文经过预实验，确定了合适的写入光功率以及透镜到晶体的距离参数如表4.1所示。

表 4.1 写入光参数表

编号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
功率/mW	2.0	2.5	3.0	3.5	2.0	2.5	3.0	3.5	2.0	2.5	3.0	3.5
距离/mm	75	75	75	75	80	80	80	80	85	85	85	85

写入光的功率选取了 4 组参数，晶体到透镜的距离选取了 3 组参数。距离参数少一组的原因是在实验中发现，如果继续增大距离，写入光功率较小时光折变效应不明显，而继续减小距离时擦除时间过长。对于每组参数，在写入前先测出晶体的折射率分布作为本底，然后用写入光照射二十分钟，之后将晶体放入读出光路。对于四步相移中施加的每一步相位，用 CCD 拍摄 100 张干涉光强分布图。在使用四步相移法时，从每一步的 100 张图中随机取出 4 张求平均以减小噪声，然后计算相位分布。由于每一步的图像是随机取出的，相比固定图像顺序的做法可以增大样本容量。每组参数共产生 100 张相位图用于神经网络模型训练，20 张图用于测试。

第三节 网络参数选取

本文的神经网络模型采用 Pytorch 1.8.2 在单块 NVIDIA GeForce RTX 3090 显卡上实现，模型的训练参数的选取如下：

- (1) 优化器：随机梯度下降 (SGD)；
- (2) 初始学习率： $5e-3$ ；
- (3) 学习率下降：每 10 轮下降至原来的 0.1；
- (4) 冲量 (momentum)：0.9；
- (5) 权值衰减 (weight decay)： $5e-3$ ；
- (6) 训练批尺寸 (batch size)：200。

第四节 训练结果及分析

一、网络模型估计性能

首先测试了网络模型的准确率。将 12 组数据全部用于训练，经过 20 轮训练后得到损失函数随训练轮次的变化如图4.5所示。

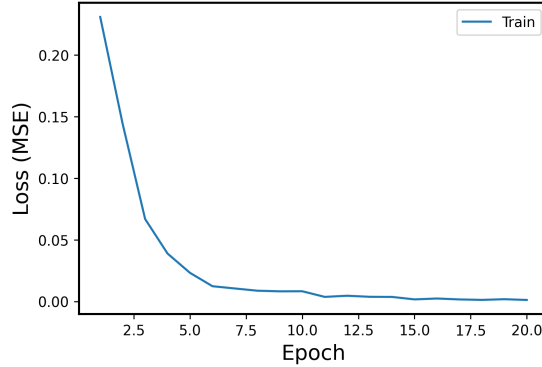


图 4.5 单次训练中损失函数随训练轮次变化图

由图可见，损失函数随训练轮次逐渐减小最终收敛，整个训练过程中波动很小，20 轮后的损失函数大小为 0.001755，说明优化算法及初始参数的选取是合适的。训练完成后，用测试数据测试网络的准确率，单次训练的写入光功率和透镜到晶体距离的相对估计误差结果如表4.2和4.3所示，写入光功率的平均估计误差为 0.31%，透镜到晶体距离的平均估计误差为 1.38%，说明网络模型具有良好的估计精度。

表 4.2 单次训练写入光功率的相对误差 (%)

功率/mW	距离/mm		
	75	80	85
2.0	0.45	0.21	0.27
2.5	0.60	0.19	0.29
3.0	0.27	0.19	0.30
3.5	0.41	0.25	0.28

表 4.3 单次训练透镜到晶体距离的相对误差结果 (%)

功率/mW	距离/mm		
	75	80	85
2.0	1.75	1.50	1.72
2.5	1.65	1.16	1.67
3.0	1.16	0.92	1.25
3.5	1.42	1.14	1.18

考虑到神经网络训练过程的随机性,又在同样的参数下共训练了 5 个网络,5 个模型对光功率预测的平均相对误差为 0.32%,对距离预测的平均误差为 1.47%。5 次训练中结果最好的一组对功率和距离预测的平均相对误差分别为 0.29% 和 1.30%,最差的一组也仅有 0.35% 和 1.50%,说明对于训练集中已有的参数,网络的参数估计精度很高。至此,该网络模型已经有了一定的实用价值,可以通过增加训练参数来提高网络的能力,利用离散的参数逼近所需要的折射率分布。

二、网络的泛化能力

为了检验网络模型的泛化能力,进一步采用交叉验证中留一验证的方式^[21],即每次取 11 组数据进行训练,用剩下的一组数据对网络进行测试,共训练 12 个网络,写入光参数的平均相对估计误差如表 4.4 和 4.5 所示。

表 4.4 交叉验证中功率的相对误差 (%)

功率/mW	距离/mm		
	75	80	85
2.0	10.18	5.29	3.22
2.5	5.36	4.45	9.05
3.0	1.83	3.13	3.46
3.5	1.26	0.67	5.80

表 4.5 交叉验证中距离的相对误差 (%)

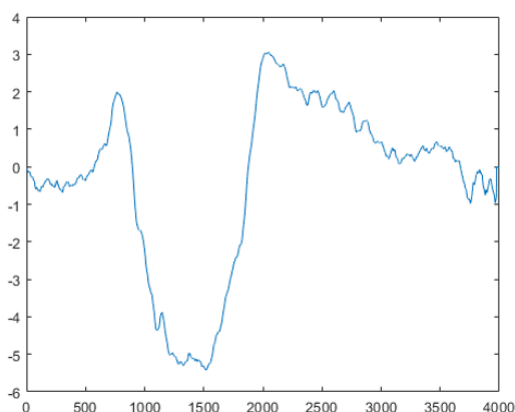
功率/mW	距离/mm		
	75	80	85
2.0	66.1	53.7	17.2
2.5	31.3	14.5	8.3
3.0	2.9	12.7	18.2
3.5	15.8	16.9	23.5

由实验结果可见,网络模型对功率预测的泛化能力较强,各组参属下功率的预测误差基本在 10% 以下;而网络模型对距离的预测误差普遍大于对功率的预测误差,且误差大小随验证组参数选择的不同变化很大,结果最好的一组对距离预测的误差为 8.3%,而误差最大的一组足有 66.1%,说明网络模型对于距离估计的泛化能力较差。下面对可能的原因进行分析。事实上,影响光折变效应深度的因素是光功率密度而非光功率,光功率密度除了与总功率有关外,还与光斑面积有关。本文实验中通过改变透镜到晶体的距离来控制光斑大小,这个过程也会改变光斑的面积。以距离为 75 mm 和 80 mm 的两组参数为例,实验中使用的透

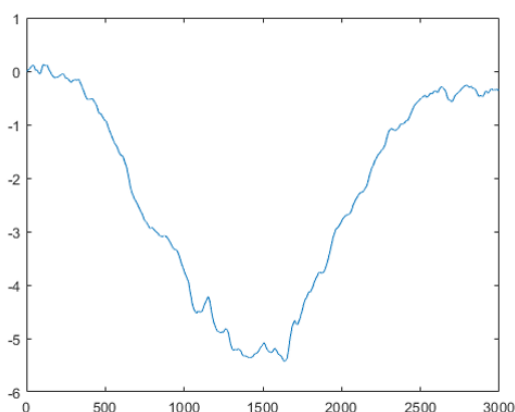
镜焦距为 50 mm，扩束后的高斯光束直径约为 6 mm，通过简单的相似三角形模型可得，两组参数的光斑面积比约为 1: 1.44，即当总功率不变时，功率密度之比为 1: 1.44。从神经网络的学习过程上讲，直接决定输入图像特征的参数是功率密度和光斑半径，而本文网络输出的是总功率和透镜到晶体的距离，相当于要求网络模型额外学习一层非线性关系。对于总功率，只需要用功率密度乘光斑面积即可，因此网络模型比较容易学习；而要估计透镜与晶体的距离，除了光斑半径还要知道透镜的焦距和透镜聚焦前高斯光的光斑半径，相当于网络学习的复杂性增加了，学习难度提升。由于本文实验中在距离上只取了三个值，样本点较少，最终使得网络未能很好的学到距离估计中的非线性关系。

第五章 总结与展望

本文基于光折变效应，提出了一种新的可编程光束波前调控方法，核心思想在于利用神经网络模型，建立入射光参数与折射率分布之间的映射关系。实验中通过四步相移法和解包裹算法测量晶体折射率分布，为神经网络训练提供训练样本。训练后的神经网络可以从折射率分布倒推诱导该折射率分布所需的光强参数，对晶体进行逐区域写入，从而达到调控光束波前的目的。该实验方案与空间光调制器相比，制造成本大幅下降；与相位片相比，具有折射率分布可多次调整的优点。



(a) 沿晶体 c 轴的相位分布



(b) 沿晶体 b 轴的相位分布

图 5.1 相位分布曲线（光强 2mW，写入距离 80mm，单次测量结果）

本实验中采用的方案距离完成任意的波前调制还有一些距离。主要问题是，高斯光对于晶体折射率的改变呈峰庄，即在光强最集中的地方折射率改变量最大，而向两边逐渐减小，如图5.1所示。如果要用多个这种类型的函数来拟合一

个连续函数，有两种可能的解决方案。

(1) 让每个峰的半高宽足够小，将其看作阶跃函数，用多个阶跃函数近似一个连续函数。对应到实验中，就是每次照射影响的区域足够小，这就要求光斑半径足够小。实际实验中，由于激光器输出的光斑质量不高，不能得到足够小的光斑。

(2) 让各个峰重合叠加来近似连续函数。对应到实验中，就要求逐区域照射时，每次照射的区域存在重合的部分，有些部分被照射两次。然而由于光折变效应的非线性，第一次照射会对第二次照射时折射率的改变量产生影响，因此不能进行简单的线性相加。可能的解决方法是在采集数据时，同时使用两束高斯光照射晶体，两束光的照射区域存在重合。这样网络模型在学习的过程中就能学习到重复照射带来的影响。这种情况下，网络回归的参数为两束高斯光的功率、光斑半径以及两束光中心之间的距离。

参 考 文 献

- [1] ASHKIN A, BOYD G D, DZIEDZIC J M, et al. Optically-induced refractive index inhomogeneities in LiNbO_3 and LiTaO_3 [J]. *Applied Physics Letters*, 1966, 9(1): 72-74.
- [2] CHEN F S, LAMACCHIA J T, FRASER D B. Holographic storage in lithium niobate[J]. *Applied Physics Letters*, 1968, 13(7): 223-225.
- [3] Vinetskii V L, Kukhtarev N V. Geometric factors in the dynamic holographic conversion of light beams[J]. *Kvantovaya Elektronika Moscow*, 1978, 5: 405-411.
- [4] DALTON L R, GÜNTER P, JAZBINSEK M, et al. Photorefractive effect and materials[M]. Cambridge University Press, 2015: 250-281.
- [5] MARINOVA V, LIN S, LIU R C, et al. Photorefractive effect: Principles, materials, and near-infrared holography[M]. 2016.
- [6] BLANCHE P A, KA J W, PEYGHAMBARIAN N. Review of organic photorefractive materials and their use for updateable 3D display[J]. *Materials*, 2021, 14 (19).
- [7] 刘思敏, 郭儒, 许京军. 光折变非线性光学及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 2004.
- [8] MCCULLOCH W, PITTS W. A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity[J]. *The bulletin of mathematical biophysics*, 1943, 4(5): 115-133.
- [9] ROSENBLATT F. The perceptron: A probabilistic model for information storage and organization in the brain[J]. *Psychological Review*, 1958, 65(6): 386-408.
- [10] RUMELHART D, HINTON G, WILLIAMS R. Learning representations by back-propagating errors[J]. *Nature*, 1986, 323: 533-536.
- [11] HINTON G, SALAKHUTDINOV R. Reducing the dimensionality of data with neural networks[J]. *Science*, 2006, 313: 504.
- [12] KRIZHEVSKY A, SUTSKEVER I, HINTON G E. Imagenet classification with deep convolutional neural networks[C]//*Advances in Neural Information Processing Systems: volume 25*. 2012.
- [13] SIMONYAN K Z A. Very deep convolutional networks for large-scale image recognition[C]//*The 3rd International Conference on Learning Representations*

- (ICLR2015). 2015.
- [14] SZEGEDY C, LIU W, JIA Y, et al. Going deeper with convolutions[C]//2015 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). 2015: 1-9.
- [15] HE K, ZHANG X, REN S, et al. Deep residual learning for image recognition [C]//2016 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). 2016: 770-778.
- [16] BENGIO Y, LECUN Y, HINTON G. Deep learning for AI[J]. Communications of the ACM, 2021, 64(7): 58-65.
- [17] ZHAO H, GALLO O, FROSIO I, et al. Loss functions for neural networks for image processing[M]. arXiv, 2015.
- [18] KINGMA D P, BA J. Adam: A method for stochastic optimization[C]// International Conference on Learning Representations (ICLR). 2015.
- [19] 惠梅, 王东生, 李庆祥等. 基于离散泊松方程解的相位展开方法[J]. 光学学报, 2003, 23: 1245-1249.
- [20] HUNT B. Matrix formulation of the reconstruction of phase values from phase differences[J]. Journal of the Optical Society of America, 1979, 69: 393-399.
- [21] SHAO J. Linear model selection by cross-validation[J]. Journal of the American Statistical Association, 1993, 88: 486-494.

致 谢

在我宝贵的本科四年时间里，我结识了许多老师和同学们，他们深厚的学术功底、严谨的工作态度和真诚善良的人格令我受益良多。

感谢熊志伟老师在神经网络方面给予我的宝贵意见，作为光工程系学生，我在神经网络领域的理论知识有所欠缺，熊老师对我的指导弥足珍贵。感谢量子信息重点实验室许小冶老师在光学实验方面给我的指导和帮助。我从大三下学期进入许小冶老师实验室学习，这段经历仍令我收获颇丰。感谢美国伦斯勒理工学院闫平昆老师和王革老师对我的帮助和指导。我曾参加过王老师课题组的线上暑研，正是这段经历让我明确了个人的研究兴趣，确定了医学影像的研究方向。目前我已经申请到了王老师组的博士项目，我们未来会有更多的交流合作。

感谢薛阳师兄对我实验的帮助。薛阳师兄完成了晶体的设计与切割，并参与了光路的设计与搭建，在此深表谢意。

感谢我的舍友刘沛希、王高天和葛津皓，18级物理学院四班的同学们，以及物理学院足球队的同学们在生活上对我的支持和帮助，正是有了你们，我的大学生活才更加多姿多彩。

2022年5月